

Вариант № 28

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1100 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина — 38 руб. 50 коп. за литр. Сдачи клиент получил 99 рублей. Сколько литров бензина было залито в бак?

Ответ: _____.

2. На диаграмме (см. рис. 115) показано среднесуточное количество солнечных часов в Зеленогорске за каждый месяц 2016 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество солнечных часов.

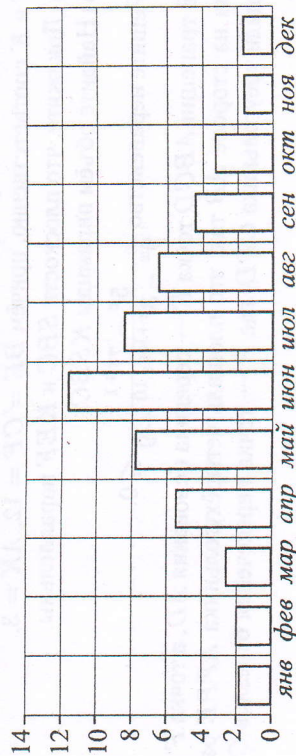


Рис. 115.

Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднесуточное количество солнечных часов не превышало 6.

Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге изображён круг (см. рис. 116). Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 18?

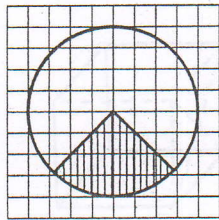


Рис. 116.

Ответ: _____.

4. За круглый стол на 41 стул в случайном порядке рассаживаются 39 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $\log_4(2x - 1) = \log_4(x + 3) - 1$.

Ответ: _____.

6. Периметр треугольника равен 73, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: _____.

7. На рисунке 117 изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 6)$. В какой точке отрезка $[-5; -4]$ функция принимает наименьшее значение?

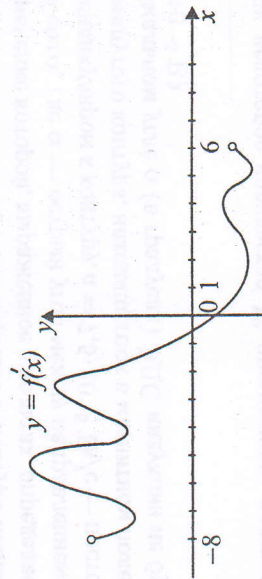


Рис. 117.

Ответ: _____.

8. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 20 и 48 (см. рис. 118). Площадь её поверхности равна 1272. Найдите боковое ребро этой призмы.

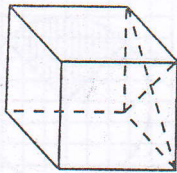


Рис. 118.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg} 125^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ$.

Ответ: _____.

10. Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,8 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл/с}$ — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $3\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ В}$?

Ответ: _____.

11. Смешали некоторое количество 12-процентного раствора уксуса с четверо большим количеством 9-процентного раствора уксуса. Сколько процентов составляет концентрация уксуса в получившемся растворе?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_{0,5} \frac{3}{x-2}$ на отрезке [6; 14].

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin^2 x - 0,25 = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; 5\pi]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ боковое ребро $SA = 12$, а высота равна 4. На рёбрах AB , CD и AS отмечены точки E , F и K соответственно, причём $BE = CF = 12$, $AK = 3$.

а) Докажите, что плоскости SBC и KEF параллельны.

б) Найдите объём пирамиды $KSEBC$.

15. Решите неравенство $\frac{5^x - 7^{x+1}}{9^x - 3^{x+\log_3 10} + 9} \leq 0$.

16. В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , а точка F выбрана на стороне AB так, что площадь четырёхугольника $AFPE$ равна площади треугольника CPD , где P — точка пересечения отрезков CE и DF .

а) Докажите, что точка F середина стороны AB .

б) Найдите, какую часть от площади трапеции $ABCD$ составляет площадь четырёхугольника $AFPE$, если $BC = 6$, $AD = 10$.

17. Клиент планирует взять в банке льготный кредит на целое число миллионов рублей сроком на 5 лет. В середине каждого года действия кредита долг клиента возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов клиент выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов клиент выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат клиента превысит 20 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{x-8a}{x+8} + \frac{x-1}{x-2a} = 1$ имеет единственный корень.

19. На доске было написано 20 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 24 и не равно 1. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 6. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались не больше 1, с доски стёрли.

- Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 8,5?
- Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 9, но меньше 10?
- Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Вариант № 29

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Диагональ экрана телевизора равна 42 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.
 Ответ: _____

2. На диаграмме (см. рис. 119) показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.

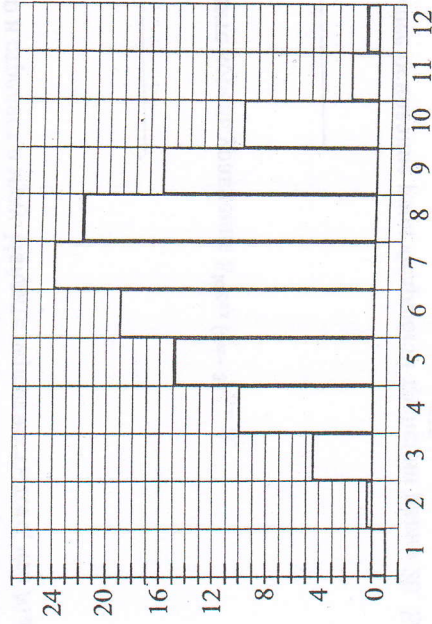


Рис. 119.

Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 14 градусов Цельсия.
 Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге изображены два круга (см. рис. 120). Площадь внутреннего круга равна 12. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

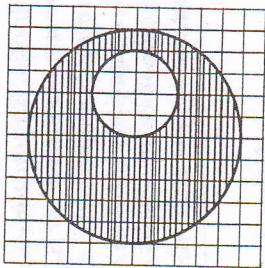


Рис. 120.

Ответ: _____.

4. Ковбой Майкл попадает в муху на потолке с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Майкл стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,1. На столе лежит 20 револьверов, из них только 6 пристрелянные. Ковбой Майкл видит на потолке муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Майкл промахнётся.

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $5^{\log_{25}(3x-3)} = 3$.

Ответ: _____.

6. Больше основание равнобедренной трапеции равно 20. Боковая сторона равна 8. Синус острого угла равен $\frac{\sqrt{87}}{16}$. Найдите меньшее основание.

Ответ: _____.

7. На рисунке 121 изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7; -5; -1; 1$. В какой из этих точек значение производной наибольшее?

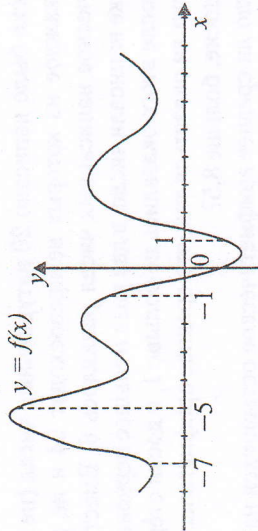


Рис. 121.

Ответ: _____.

8. Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, для которого $AB = 10$, $AD = 8$, $AA_1 = 6$ (см. рис. 122). Ответ дайте в градусах.

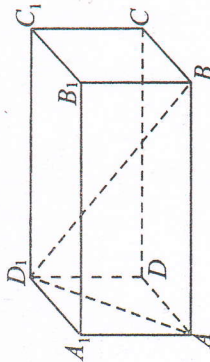


Рис. 122.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{5}{\cos^2 33^\circ + \cos^2 123^\circ}$.

Ответ: _____.

10. Два тела, массой $m = 4$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 15$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса в килограммах, v — скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 225 джоулей.

Ответ: _____.

11. Курага получается в процессе сушки абрикосов. Абрикосы содержат 84% воды, а курага — 20%. Сколько килограммов кураги получится из 45 кг абрикосов?

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = 0,5\sqrt{x} - \ln x + 10$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2 \cos \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) + \sqrt{2} \cos x = \sin 2x - \sqrt{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2} \right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра $DD_1 = 24$, $AD = 8$ и $AB = 7,5$. На рёбрах AA_1 и CD отмечены точки P и K соответственно, причём $DK = 5$, $A_1P = 6$. Плоскость BKP пересекает ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что точка M является серединой ребра DD_1 .

б) Найдите расстояние от точки D до плоскости BKP .

15. Решите неравенство $\frac{5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 43}{5^x - 9} + \frac{25^{x+1} - 3 \cdot 5^{x+1} + 3}{5^{x+1} - 1} \leq 6 \cdot 5^x + 3$.

16. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точка M — середина катета AC , CH — высота. Через точки M , C и H провели окружность, которая пересекает катет BC в точке N .

а) Докажите, что N — середина BC .

б) Найдите отношение площадей треугольников CHN и AMH , если $\cos \angle CMH = \frac{2}{5}$.

17. Вклад в размере 5 млн руб. планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его значением в начале года. Кроме того, в середине первого и второго годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на P млн руб., где P — целое число. Найдите наименьшее значение P , при котором банк за 4 года начислит на вклад больше 8 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = x + a, \\ (x + 5)(y + 3x + 15) = |x + 5|^3 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19. На доске написано 12 чисел: четыре «1», четыре «2» и четыре «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел первой группы равно X , среднее арифметическое чисел второй группы равно Y (если в группе одно число, то среднее арифметическое равно этому числу).

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при которых среднее арифметическое всех чисел больше $\frac{X + Y}{2}$.

б) Докажите, что если разбить числа на группы по 6 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{X + Y}{2}$.

в) Найдите наибольшее возможное значение $\frac{X + Y}{2}$.